

Υ Π Ο Μ Ν Η Μ Α  
ΕΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

του  
ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ Κ. ΕΑΝΘΟΠΟΥΛΟΥ  
ΠΤΥΧΙΟΥΧΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ,  
ΔΙΔΑΚΤΟΡΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΤΟΥ CHICAGO

I. ΤΙΤΛΟΙ ΕΠΟΥΔΩΝ

- Πτυχίο Μαθηματικών, Φυσικομαθηματική Σχολή Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, 'Ιούνιος 1973.
- Master's of Sciences, Division of Physical Sciences, University of Chicago, 'Ιούνιος 1976.
- Ph. D. Degree, Department of Physics, University of Chicago, 'Ιούνιος 1978.

II. ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Γεννήθηκα στη Δράμα τον 'Απρίλιο του 1951, όπου και τελείωσα τό Γυμνάσιο τον 'Ιούνιο του 1969. Τόν 'Οκτώβριο της ίδιας χρονιάς πέρασα, μετά από εξετάσεις, στο μαθηματικό τμήμα του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, από τό οπούο αποφοίτησα τον 'Ιούνιο του 1973 μέ τό βαθμό ΑΡΙΣΤΑ (9.84). Από τον Αύγουστο του '73 μέχρι τό Νοέμβριο του '74 υπηρέτησα στο Στρατό. Σάν φοιτητής και στρατιώτης κέρδιζα τή ζωή μου διδάσκοντας σέ φροντιστήρια και κάνοντας ιδιαίτερα μαθήματα. Τό Δεκέμβριο του 1974 πήγα στην 'Αμερική και τον 'Ιανουάριο του 1975 άρχισα μεταπτυχιακές σπουδές στο Πανεπιστήμιο του Chicago, απ' όπου και απέκτησα τά πτυχία Master's ('Ιούνιος '76) και Ph.D. ('Ιούνιος '78), τό τελευταίο υπό τήν επίβλεψη του καθηγητή Robert Geroch. Σ' όλη τή διάρκεια των σπουδών μου, προπτυχιακών και μεταπτυχιακών, είχα ύποτροφία. Μετά τό διδακτορικό μου δίπλωμα δίδαξα και έκανα έρευνα στα Πανεπιστήμια Montana State University, Syracuse University και Harvard University. Τό Δεκέμβριο του 1979 γύρισα στην 'Ελλάδα και διορίστηκα, στις 10.12.'79, έπιμελητής του 'Εργαστηρίου 'Αστρονομίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης.

ΜΑΡΤΙΟΣ 1982

### III. ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗ ΣΤΑΔΙΟΔΡΟΜΙΑ

- ΄Ιανουάριος-΄Ιούνιος 1975: Βοηθός διδασκαλίας (Teaching Assistant), Πανεπιστήμιο του Chicago.
- ΄Ιούλιος '75-΄Ιούνιος '78 : Βοηθός έρευνας (Research Assistant), Πανεπιστήμιο του Chicago.
- ΄Ιούλιος-Σεπτέμβριος '78 : Διδάκτορας-Έρευνητής (Research Associate) Πανεπιστήμιο του Chicago.
- Σεπτέμβριος '78-΄Ιούνιος '79: Έπισκέπτης έπικουρικός καθηγητής (Visiting Assistant Professor), Montana State University.
- ΄Ιούλιος-Δεκέμβριος '79 : Διδάκτορας-Έρευνητής (Research Associate) Syracuse University.
- Δεκέμβριος '79-σήμερα : Έπιμελητής του έργαστηρίου ΄Αστρονομίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης.
- ΄Απρίλιος-΄Ιούνιος '80 : Είδικός έπιστημονικός σύμβουλος (Special Scientific Consultant) Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics.
- ΄Ιούλιος-Αύγουστος '80 : Visiting Scholar, Enrico Fermi Institute, University of Chicago.
- ΄Ιούνιος-Σεπτέμβριος '81 : Προσκεκλημένος έπιστήμονας , Max-Planck-Institut, München, W. Germany.

#### IV. ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ - ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ

- Πανελλήνιο βραβείο πρακτικής κατεύθυνσεως στό διαγωνισμό τής 'Ελληνικής Μαθηματικής 'Εταιρείας (1969).
- Πρώτος έπιτυχών, μέ τή μεγαλύτερη βαθμολογία μεταξύ όλων τών έπιτυχόντων σέ όλες τής Σχολές τής 'Ελλάδας, στίς είσαγωγικές έξετάσεις του έτους 1969.
- 'Υπότροφος I.K.Y, 1969-1973.
- Βραβείο 'Εθνικής Τράπεζας τής 'Ελλάδος (1973) στόν άπόφοιτο τής Φυσικομαθηματικής Σχολής μέ τό μεγαλύτερο βαθμό πτυχίου.
- 'Επιτυχών στό πάνω 1% στίς Graduate Record Examinations (G.R.E.), Δεκέμβριος 1973.
- 'Επιχορήγηση γιά έρευνα άπό τό 'Εθνικό "Ιδρυμα έρευνών τών Η.Π.Α. (National Science Foundation) στό:
  - (i) University of Chicago, 1975-1978
  - (ii) Syracuse University, 1979.
- 'Επιχορήγηση γιά έρευνα άπό τό Smithsonian Institution στό Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 'Απρίλιος - 'Ιούνιος 1980.
- 'Επιχορήγηση γιά έρευνα άπό τό Max-Planck-Institut, 'Ιούνιος-Σεπτέμβριος 1981.

#### V. ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΕΤΑΙΡΕΙΕΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ

- Referee στό έπιστημονικά περιοδικά Journal of Mathematical Physics καί Physical Review Letters.
- Reviewer στό περιοδικό Mathematical Reviews.
- Μέλος τής 'Ελληνικής Μαθηματικής 'Εταιρείας.
- Μέλος τής 'Ενωσης 'Ελλήνων Φυσικών.



VI. ΣΥΝΕΔΡΙΑ-ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ

1. On the stability of asymptotically flat spacetimes.  
Συνέδριο της American Physical Society, Chicago, 1977,  
Περίληψη στο Bull. Am. Phys. Soc. 22, 105, (1977).
2. Exact vacuum solutions from linearized ones.  
8th International Conference on General Relativity and  
Gravitation, Waterloo, Ontario, Canada (1977).
3. Περίληψη στα Proceedings της Conference, σελίδα 352.
3. Stationary axisymmetric vacuum solutions,  
8th International Conference on General Relativity and  
Gravitation, Waterloo, Ontario, Canada (1977).  
Περίληψη στα Proceedings της Conference, σελίδα 353.
4. How to solve the Einstein equations without working hard.  
Montana State University Colloquium, 'Οκτώβριος 1978.
5. -Multipole moments in General Relativity (Νοέμβ. 1978)  
-Transformations which generate stationary, axisymmetric  
solutions with any desired multipole moments (Φεβρ. 1979).  
Σεμινάρια στο Montana State University.
6. The Exterior gravitational field of uniformly rotating stars.  
- Σεμινάριο στο University of Chicago ('Ιούνιος 1979)  
- Σεμινάριο στο University of Wisconsin, Milwaukee,  
( 'Ιούνιος 1979).
7. -Generation of Solutions for Uniformly rotating relativistic  
stars with arbitrary multipole moments. (Σεπτ. 1979).  
- Harmonic maps in Physics ('Οκτώβρ. 1979).  
- Perturbations of black holes (Νοέμβρ. 1979).  
Σεμινάρια στο Syracuse University.
8. Spacetimes for uniformly rotating stars.  
- Σεμινάριο στο Harvard University, Center for Astrophysics  
(Μάϊος 1980)  
- Σεμινάριο στη N.A.S.A., Goddard space flight Center,  
( 'Ιούλιος 1980).
9. -Harmonic maps in the study of Yang-Mills Theories,  
( 'Ιούλιος 1980).  
-Gibbon vacua and Einstein spacetimes (Αύγουστος 1980).  
Σεμινάρια στο University of Chicago.
10. Einstein and Yang-Mills equations: Symmetries, Solutions,  
Similarities.  
Colloquium στο Illinois Institute of Technology, (Αύγουστος 1980).

11. 'Ο χωρόχρονος ενός περιστρεφόμενου άστέρα:  
B! Πανελλήνιο συνέδριο φυσικής, Μυτιλήνη, Σεπτ. 1980.  
Περίληψη στά πρακτικά του συνεδρίου.
12. Μελανές όπές στη Σχετικότητα καί οί διαταραχές τους.  
Σεμινάριο στό Κέντρο Έρευνών της 'Ακαδημίας 'Αθηνών,  
(Μάρτιος 1981).
13. Οί έξιόσεις Yang-Mills από τή σκοπιά του σχετικιστή.  
Colloquium στό Φυσικό Τμήμα του Πανεπιστημίου 'Ιωαννί-  
νων, (Μαΐος 1981).
14. Integrals of motion: A geometrical approach.  
Σεμινάριο στό Max-Planck-Institut, Institut für Astro-  
physik ('Ιούλιος 1981).
15. A completely Integrable system for the SU(3) Yang-Mills  
equations.  
Παρουσιάστηκε σέ (Restricted) Poster Session στη Vith  
International Conference on Mathematical Physics,  
Berlin, (Αύγουστος 1981).

'Επιπλέον, έχω πάρει μέρος στά:

1. Symposium on Theoretical Principles in Astrophysics  
and Relativity, honoring the 65th year of S. Chandrasekhar,  
Chicago, Μάϊος 1975.
2. Symposium on Asymptotic Structure of spacetime,  
Cincinnati, 'Ιούνιος 1976.
3. Benjamin Lee Memorial Conference, Fermilab, Batavia,  
Illinois, 'Οκτώβριος 1977.
4. Workshop on Complex manifold techniques in theoretical  
physics, Lawrence, Kansas, 'Ιούλιος 1978.
5. International symposium in memory of Werner Heisenberg:  
Unified theories of elementary particles, Munich,  
'Ιούλιος 1981.

## VII. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΕΙΡΑ

- Σάν teaching assistant στο University of Chicago δίδαξα, τό 1975, φροντιστηριακές ασκήσεις Γενικών Μαθηματικών καί Γενικής Φυσικής σέ προπτυχιακό επίπεδο.
- Σάν Visiting Assistant Professor στο Montana State University δίδαξα, τό 1978-79, τό μάθημα του ήλεκτρομαγνητισμού στο πρώτο έτος του μεταπτυχιακού τμήματος καί τό μάθημα των μαθηματικών (ανάλυση) στο δεύτερο έτος του φυσικού, προπτυχιακού τμήματος.
- Σάν έπιμελητής στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης δίδαξα:
  - (i) Σειρά σεμιναρίων, τό 1979-80, σέ είδικά θέματα μαθηματικών μέ στόχο τή θεμελίωση τής Γενικής Θεωρίας τής Σχετικότητας.
  - (ii) Σειρά σεμιναρίων, τό 1980-81, πάνω στή θεμελίωση τής Θεωρητικής Μηχανικής.
  - (iii) Τίς φροντιστηριακές ασκήσεις του μαθήματος "Αριθμητική Ανάλυση" τό 1980-81.
  - (iv) Τό μάθημα (μέ "έσωτερική ανάθεση") "Είσαγωγή στις έπιστημες του διαστήματος", τό 1981-82.



## VIII. ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΤΥΠΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

1. "Asymptotic simplicity is stable", J. Math. Phys. 19, 714, 1978. (R. Geroch and B. C. Xanthopoulos)
2. "Exact vacuum solutions of Einstein's equation from linearized solutions", J. Math. Phys. 19, 1607, 1978. (B.C. Xanthopoulos)
3. "Isometries compatible with asymptotic flatness at null infinity: A complete description", J. Math. Phys. 19, 2216, 1978. (A. Ashtekar and B.C. Xanthopoulos)
4. "A technique for generating solutions of Einstein's equation", Proc. R. Soc. Lond. A365, 381, 1979. (B.C. Xanthopoulos)
5. "On the metric perturbations of the Reissner-Nordström black hole", Proc. R. Soc. Lond. A367, 1, 1979. (S. Chandrasekhar and B.C. Xanthopoulos)
6. "Generation of asymptotically flat, stationary spacetimes with any number of parameters", Phys. Rev. Lett. 42, 481, 1979. (C. Hoenselaers, W. Kinnersley and B.C. Xanthopoulos)
7. "Multipole moments in General Relativity" Jour. Phys. A.12, 1205, 1979. (B.C. Xanthopoulos)
8. "Symmetries of the stationary Einstein-Maxwell equations VI: Asymptotically flat spacetimes with arbitrary multipole moments", J. Math. Phys. 20, 2539, 1979. (C. Hoenselaers, W. Kinnersley and B.C. Xanthopoulos)
9. "Perturbations of spherically symmetric black holes", Phys. Lett. 77A, 7, 1980. (B.C. Xanthopoulos)
10. "Gribov vacua and Einstein space-times, Phys. Lett. 98B, 377, 1981. (B.C. Xanthopoulos)
11. "Exterior Spacetimes for rotating stars" J. Math. Phys. 22, 1254, 1981. (B.C. Xanthopoulos).
12. "Harmonic maps and self-dual SU(3) gauge fields" Journal Phys. A.14, 1445, 1981. (B.C. Xanthopoulos).
13. "Reducible systems of linear differential equations" Proc. R. Soc. London, A378, 61, 1981. (B.C. Xanthopoulos)
14. "Metric and electromagnetic perturbations of the Reissner-Nordström black hole", Proc. R. Soc. London, A378, 73, 1981. (B.C. Xanthopoulos)
15. "A completely integrable system for the SU(3) Yang-Mills equations", J. Phys. A., L61, 15, 1982., (B.C. Xanthopoulos)

16. "Axially symmetric, static, self-dual SU(3) gauge fields and stationary Einstein-Maxwell metrics", Phys. Review D (Έγινε δεκτό) (M. Gürses and B.C. Xanthopoulos).
17. "Killing pairs and Newtonian Integrals of motion", Lett. in Math. Physics (Έγινε δεκτό) (B.C. Xanthopoulos).
18. "Killing tensors in two dimensional manifolds", J. Math. Phys. (Υποβλήθηκε) (B.C. Xanthopoulos).
19. "Τοπικές σφαιρικές και σαμπρελοειδείς μελανές όπες", Πραγματεία για Ύφηγεσία, Μάρτιος 1982, (B.K. Ξανθόπουλος).



1. "Ἡ ἐξέλιξη τῶν ἀστέρων", φοιτητικές σημειώσεις γιά τό μάθημα "Ἀστροφυσική", πού μοιράζονται στούς τεταρτοετείς φοιτητές τοῦ Φυσικοῦ τμήματος τοῦ Α.Π.Θ.

Οἱ σημειώσεις περιγράφουν τή γέννηση, τή ζωή καί τό θάνατο τῶν ἀστέρων δίνοντας τή μεγαλύτερη ἔμφραση στούς φυσικούς μηχανισμούς πού λειτουργοῦν στίς τρεῖς κατηγορίες "ἀστρικών πτωμάτων", τοὺς λευκοὺς νάνους, τοὺς ἀστέρες νετρονίων καί τίς μελανές ὀπές. Καλύπτονται τά θέματα: Γενικά χαρακτηριστικά τῶν ἀστέρων. Κύρια ἀκολουθία, φυσικοί μηχανισμοί καί διάρκειά της. Ἐρυθροί γίγαντες. Λευκοί νάνοι. Ἀρχή τοῦ Pauli, πίεση ἐκφυλισμένων ἠλεκτρονίων, ὑπολογισμός ὄριου Chandrasekhar. Ἀστέρες νετρονίων. Μελανές ὀπές. Ἐμφραση δίνεται στούς ποσοτικούς ὑπολογισμούς μέ "back of the envelope calculations" καί στήν περιγραφή βασικῶν χαρακτηριστικῶν τῶν μελανῶν ὀπῶν μέ ἀπλά διαγράμματα χωρόχρονου.

2. "Μαθηματική εἰσαγωγή στή Γενική Θεωρία τῆς Σχετικότητας", σημειώσεις σειρᾶς σεμιναρίων πού ἔδωσα τήν ἀκαδημαϊκή χρονιά 1979-80 στό Ἐργαστήριο Ἀστρονομίας.

Μέ παράλληλη ἔμφραση στή φυσική motivation, τή μαθηματική ἀκριβολογία καί τά παραδείγματα φυσικῆς καί στόχο τήν ἐκθεση τῶν μαθηματικῶν ἐννοιῶν πού χρησιμοποιοῦνται στή σύγχρονη θεωρητική φυσική ἀναπτύσσονται οἱ παρακάτω ἐννοιες: Τοπολογικοί χώροι καί ὑποχώροι, ἀνοικτά καί κλειστά σύνολα, περιοχές, συνέχεια, καλύμματα, συνάφεια. Μετρικοί χώροι, Εὐκλείδειος  $n$ -διάστατος χώρος. Πολλαπλότητες, χάρτες, διαφορισιμότητα σέ πολλαπλότητες, λεῖες ἀπεικονίσεις, εἰσαμορφισμοί. Διανύσματα, διανυσματικά πεδία, ἐφαπτόμενη δέσμη. Γραμμική ἄλγεβρα, δυϊκός χώρος, συναλλοίωτοι καί ἀνταλλοίωτοι τανυστές, συστολή. Τανυστικά πεδία, τελεστές παραγωγίσεως. Καμπυλότητα, τανυστές Riemann καί Ricci, ταυτότητες Bianchi. Μετρικός τανυστής.

3. "Μαθηματική θεμελίωση τῆς Μηχανικῆς", σημειώσεις σειρᾶς σεμιναρίων πού ἔδωσα τήν ἀκαδημαϊκή χρονιά 1980-81 στό Ἐργαστήριο Ἀστρονομίας.

Στίς σημειώσεις αὐτές ἐκτίθεται ἡ σύγχρονη θεμελίωση τῆς μηχανικῆς τοῦ Hamilton καί τῆς μηχανικῆς τοῦ Lagrange, μέ

τή βοήθεια έννοιών τής διαφορικής γεωμετρίας. 'Αναφέρουμε τούς τίτλους τών 15 ένοτήτων : 'Η συνεφαπτόμενη δέσμη. Συμπλεκτικές δομές σέ πολλαπλότητες. Μηχανική κατά Hamilton. Παρατηρήσιμα μεγέθη. Push forward, Pull back. Παράγωγοι Lie. Κανονικοί μετασχηματισμοί. Συμμετρίες. Κανονικοί μετασχηματισμοί καί συμμετρίες (συνέχεια). 'Η έφαπτόμενη δέσμη. Οί διανυσματικοί χώροι εΐναι πολλαπλότητες. Μηχανική κατά Lagrange. 'Η απόδειξη. 'Αντιστοιχία μεταξύ τών θεμελιώσεων κατά Hamilton καί κατά Lagrange.

4. Περιλήψεις στά Proceedings διαφόρων συνεδρίων.  
"Όλες οί ανακοινώσεις μου σέ συνέδρια έχουν δημοσιευτεΐ καί σέ περιοδικά καί αναλύονται στήν έπόμενη ένότητα X.
5. "Άρθρα στό Mathematical Reviews.  
"Έχω κάνει περιλήψεις καί κριτικές έπτά έργασιών άλλων έρευνητών.

X. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

1. ASYMPTOTIC SIMPLICITY IS STABLE,

R. Geroch and B.C. Xanthopoulos, J. Math. Phys. 19, 714, 1978.

Τό 1963 προτάθηκε από τόν Penrose μιά μέθοδος γιά τή μελέτη τής άσυμπτωτικής δομής του χωρόχρονου τών μεμονωμένων φυσικών συστημάτων στό φωτοειδές άπειρο. Ἡ μέθοδος αὐτή βασίζεται στήν εἰσαγωγή τής έννοιας τής άσυμπτωτικής άπλότητας (asymptotic simplicity). Τό θεμελιώδες έρώτημα ὅμως, πού έμενε αναπάντητο γιά 15 περίπου χρόνια, ήταν τό κατά πόσον ἡ άσυμπτωτική άπλότητα άποτελοῦσε μιά εϋσταθή ιδιότητα του χωρόχρονου. Στήν παρούσα έργασία άποδεικνύεται, τελείως γενικά, ἡ εϋστάθεια τής άσυμπτωτικής άπλότητας. Ἐπιπλέον στό παράρτημα διατυπώνεται καί άποδεικνύεται ένα θεώρημα ὑπάρξεως καί μοναδικότητας λύσεων ένός συστήματος διαφορικών έξι-σώσεων μέ μερικές παραγώγους σέ πολλαπλότητες Riemann. Τό θεώρημα αὐτό άποτελεῖ μιά ανεξάρτητη συμβολή στά καθαρά μαθηματικά.

2. EXACT VACUUM SOLUTIONS OF EINSTEIN'S EQUATION FROM LINEARIZED SOLUTIONS, B.C. Xanthopoulos, J. Math. Phys. 19, 1607, 1978.

Στήν έργασία αὐτή προτείνεται μιά μέθοδος μέ τήν ὁποία μποροῦν νά κατασκευασθοῦν, από μιά ὀρισμένη κατηγορία προσεγγιστικῶν λύσεων τών έξι-σώσεων Einstein, άκριβεῖς λύσεις τών ἴδιων έξι-σώσεων. Τό κεντρικό συμπέρασμα εἶναι ὅτι ὅταν  $g_{ab}$  εἶναι μιά άκριβής λύση τών έξι-σώσεων Einstein καί  $h_{ab}$  εἶναι μιά διαταραχή πρώτης τάξεως τής  $g_{ab}$  (δηλ. μιά λύση τών γραμμικοποιημένων, γύρω από τήν  $g_{ab}$ , έξι-σώσεων Einstein) τής μορφής  $l_a l_b$  μέ  $l_a$  τυχαῖο φωτοειδές διανυσματικό πεδίο, τότε τό άθροισμα  $g_{ab} + h_{ab}$ , πού περιμέναμε νά εἶναι μόνο προσεγγιστική λύση, εἶναι στήν πραγματικότητα μιά καινούργια άκριβής λύση τών έξι-σώσεων Einstein. Οἱ λύσεις Schwarzschild καί Kerr, πού περιγράφουν τίς μοναδικές μή φορτισμένες μελανές ὀπές στή Σχετικότητα, μποροῦν νά κατασκευασθοῦν μέ τή βοήθεια τής μεθόδου τής έργασίας αὐτῆς από τίς διαταραχές πρώτης τάξεως του επίπεδου χωρόχρονου Minkowski.

Ἡ μέθοδος τής έργασίας αὐτῆς εκτίθεται στήν ένότητα 57 του ὑπό έκδοση βιβλίου "The Mathematical Theory of Black Holes" του S. Chandrasekhar καί χρησιμοποιεῖται γιά τήν άπόδειξη τής προτάσεως ὅτι ὁ τανυστής Weyl τής μελανῆς ὀπῆς Kerr εἶναι



άλγεβρικού τύπου D.

3. ISOMETRIES COMPATIBLE WITH ASYMPTOTIC FLATNESS AT NULL INFINITY: A COMPLETE DESCRIPTION,  
A. Ashtekar and B.C. Xanthopoulos, J. Math. Phys. 19, 2216, 1978.

Στήν εργασία αυτή υπολογίζουμε και ταξινομούμε τή δομή και τό πλήθος τών ανεξάρτητων συμμετριών (άποτελούν μιá ομάδα Lie) πού μπορεί νά δεχθεῖ ἕνας χωρόχρονος πού περιγράφει ἕνα μεμονωμένο φυσικό σύστημα και ἱκανοποιεῖ τίς ἔξισώσεις Einstein τῆς Γενικῆς Σχετικότητας. Ἡ βασική ἰδέα, στήν ὁποία στηρίζεται ἡ μελέτη μας, εἶναι ἡ κατασκευή τών σύμμορφων δεδομένων Killing (Conformal Killing data) σ' ἕνα σημεῖο τοῦ φωτοειδοῦς ἄπειρου και ἡ επέκτασή τους, μέ τή βοήθεια τῆς σύμμορφης μεταφοῦς Killing, (Conformal Killing transport) στό ἔσωτερικό τοῦ χωρόχρονου. Τά κυριότερα συμπεράσματα εἶναι ὅτι ἡ ομάδα ἰσομετρίας τοῦ χωρόχρονου εἶναι ὑποομάδα τῆς ομάδας Poincaré και ὅτι, ὅταν ἡ ὀλική μάζα τοῦ χωρόχρονου εἶναι διάφορη τοῦ μηδενός, ἡ ομάδα ἰσομετρίας του μπορεί νά εἶναι (i) ἰσομορφική μέ τήν ομάδα ἰσομετρίας τοῦ χωρόχρονου Schwarzschild, (ii) ἰσομορφική μιᾶς Ἀβελιανῆς ομάδας Lie δύο διαστάσεων ἢ (iii) μιᾶ μονοδιάστατη ομάδα Lie. Ἐπιπλέον, στήν περίπτωση (ii), ἡ ἐνέργεια πού ἀκτινοβολεῖται εἶναι μηδέν και ἀπό τίς δύο ἰσομετρίες μιᾶ και μόνο μιᾶ περιγράφει χρονική μεταφορά (time translation).

Ἡ εργασία μας αὐτή ἀποτελέσε τή βάση μιᾶς ἀνάλογης ἐργασίας (A. Ashtekar and B.G. Schmidt, J. Math. Phys. 21, 862, 1980) πάνω στή δομή τών συμμετριών τών ἀσυμπτωτικά ἐπίπεδων χωρόχρονων, οἱ ὁποῖοι ὅμως δέν ἱκανοποιοῦν τίς ἔξισώσεις Einstein.

4. A TECHNIQUE FOR GENERATING SOLUTIONS OF EINSTEIN'S EQUATION,  
B. C. Xanthopoulos, Proc. R. Soc. Lond. A365, 381, 1979.

Στήν εργασία αὐτή μελετῶνται οἱ στατικές και ἀξισυμμετρικές (stationary and axisymmetric) ἔξισώσεις Einstein, δηλ. οἱ ἔξισώσεις πού διέπουν τό χωρόχρονο ἑνός ὁμοιόμορφα περιστρεφόμενου ἀστέρα (διαφορική περιστροφή εἶναι δυνατή). Στίς ἔξισώσεις αὐτές ἀνακαλύφθηκε, ἀπό τόν Chandrasekhar τό 1978, ἡ ὕπαρξη μιᾶς διακεκριμέ-



νης (discrete) συμμετρίας. Βασιζόμενοι στην παραπάνω συμμετρία αναπτύσσουμε μία μέθοδο πού, ξεκινώντας από ορισμένες λύσεις των εξισώσεων Einstein, κατασκευάζει αναλυτικά κι άλλες καινούργιες λύσεις, πού περιέχουν μία επιπλέον παράμετρο. Επίσης, μελετάμε διαδοχικές εφαρμογές της μεθόδου, αναλύουμε τις ιδιότητές της, και εξετάζουμε την αλληλεπίδρασή της με τις άλλες γνωστές μεθόδους κατασκευής λύσεων από λύσεις. Τέλος, στις εφαρμογές, κατασκευάζουμε τρεις καινούργιες οίκογένειες λύσεων των εξισώσεων Einstein.

5. ON THE METRIC PERTURBATIONS OF THE REISSNER - NORDSTRÖM BLACK HOLE,

S. Chandrasekhar and B.C. Xanthopoulos, Proc. R. Soc. Lond. A367, 1, 1979.

Στην εργασία αυτή μελετώνται οι πιο γενικές γραμμικές διαταραχές (linear perturbations) της μελανής όπης Reissner-Nordström, πού αποτελεί τη μοναδική σφαιρικά συμμετρική ηλεκτρικά φορτισμένη μελανή όπη πού προβλέπει η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας. Οι άγνωστες ποσότητες του προβλήματος είναι οι 10 συνιστώσες της διαταραχής του μετρικού τανυστή και οι 6 συνιστώσες της διαταραχής του ηλεκτρομαγνητικού τανυστή. Οι 16 αυτές ποσότητες, όλες συναρτήσεις των τεσσάρων συντεταγμένων του χωρόχρονου, υπόκεινται στις 18 γραμμικοποιημένες Einstein Maxwell εξισώσεις. Οι εξισώσεις αυτές γράφονται αναλυτικά με τη βοήθεια μιᾶς ὀρθογώνιας βάσεως. Τα κυριότερα συμπεράσματα της εργασίας είναι τὰ ἑξῆς: (i) Τό σύστημα τῶν 18 διαφορικών εξισώσεων χωρίζεται σέ δύο ἀνεξάρτητα ὑποσυστήματα, πού περιγράφουν τίς διαταραχές ἄρτιας καί περιττῆς ὁμοτιμίας (parity). (ii) Τό καθένα ἀπό τὰ ὑποσυστήματα ἀνάγεται σέ σύστημα κοινῶν (ordinary) διαφορικών εξισώσεων, μετά ἀπό κατάλληλο χωρισμό τῶν μεταβλητῶν. Καί (iii), τό καθένα ἀπό τὰ δύο συστήματα ἀνάγεται σέ δύο μονοδιάστατες κυματικές εξισώσεις μέ δυναμικά περιορισμένης ἐμβέλειας (short range potentials), πού προσδιορίζονται ἀναλυτικά. Μέ τόν τρόπο αὐτό ἡ μελέτη τῶν γραμμικῶν διαταραχῶν τῆς πιο γενικῆς, σφαιρικά συμμετρικῆς μελανῆς όπης τῆς Σχετικότητας ἀνάγεται στή μελέτη τῆς σκεδάσεως βαρυτικῶν καί ηλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων ἀπό τὰ δυναμικά πού προσδιορίσαμε ὅτι "περιβάλλουν" τή μελανή όπη. Ἡ μελέτη τῆς σκεδάσεως προβλέπει ὅτι ἕνα ποσοστό ἀπό τὰ εἰσερχόμενα ηλεκτρομαγνητικά κύματα ἀνακλᾶται σάν κύμα βαρύτητας καί ἀντίστροφα.

6. GENERATION OF ASYMPTOTICALLY FLAT, STATIONARY SPACETIMES WITH ANY NUMBER OF PARAMETERS,

C. Hoenselaers, W. Kinnersley and B.C. Xanthopoulos,  
Phys. Rev. Lett. 42, 481, 1979.

Στήν εργασία αυτή αναπτύσσουμε μία μέθοδο πού κατασκευάζει από λύσεις τών στατικών (stationary) καί άξισυμμετρικών έξιςώσεων Einstein νέες λύσεις, καί είναι τελείως διαφορετική από τή μέθοδο πού αναπτύχθηκε στήν εργασία ύπ. άρ. 4. 'Η παρούσα μέθοδος, πού βασίζεται στήν ύπαρξη όρισμένων συνεχών συμμετριών (continuous symmetries) πού διατηροϋν τίς έξιςώσεις Einstein, κατασκευάζει νέες λύσεις μέ όποιονδήποτε άριθμό έπιπλέον άυθαίρετων σταθερών. Συγκεκριμένα, τό 1971 ανακαλύφθηκε από τόν Geroch καί τό 1976-77 φορμαλίστηκε καλύτερα από τούς Kinnersley-Chitre, μία άπειρου διαστάσεως άλγεβρα Lie μετασχηματισμών πού διατηροϋν τίς έξιςώσεις Einstein. Στήν εργασία μας αυτή ξεχωρίζουμε μία ύπόάλγεβρα Lie τής παραπάνω άλγεβρας, πάλι άπειρου διαστάσεως, μέ πολλές ένδιαφέρουσες καί χρήσιμες ιδιότητες: (i) 'Η ύπόάλγεβρα διατηρεϊ, έκτός από τίς έξιςώσεις, καί τίς όριακές συνθήκες καί συνεπώς κατασκευάζει χωρόχρονους πού παριστάνουν φυσικά συστήματα. (ii) Μπορεϊ νά έκθετοποιηθεϊ σχετικά εύκολα. Μέ τόν τρόπο αυτό λοιπόν κατασκευάζουμε τή συναφή συνιστώσα τοϋ ούδέτερου στοιχείου τής αντίστοιχης όμάδας Lie, πού είναι άπαραίτητη για τήν αναλυτική κατασκευή τών νέων άκριβών λύσεων. 'Η παραπάνω όμάδα Lie έφαρμοζόμενη στή γνωστή λύση τοϋ Weyl κατασκευάζει τή γενικότερη στατική, άξισυμμετρική, άσυμπτωτικά επίπεδη λύση τών έξιςώσεων Einstein. Τό τελευταίο αυτό συμπέρασμα, πού προτάθηκε σαν είκασία στήν εργασία μας, άποδείχθηκε άργότερα από τούς Hauser καί Ernst (1980).

Οί όρολογίες "Hoenselaers-Kinnersley-Xanthopoulos (HKX)group", "HKX transformations" καί "HKX method for generating solutions" έχουν ήδη καθιερωθεϊ στή βιβλιογραφία, μαζί μέ τή συναίσθηση ότι τό στατικό άξισυμμετρικό πρόβλημα στή Σχετικότητα - θεμελιωμένο από τό 1936 - έχει πιά λυθεϊ. Για παράδειγμα, μία εργασία τών Hauser καί Ernst (Phys. Rev. D20, 362, 1979) άρχίζει ως έξης: After a decade of heroic but often frustrating attempts to obtain asymptotically flat stationary axially symmetric solutions of the vacuum Einstein field equations, corresponding to the exterior gravitational fields of rotating bodies, it appears that the general solution of this



problem may well be at hand. Hoenselaers, Kinnersley, and Xanthopoulos recently proposed a way to..... (ή υπογράμμιση δική τους).

7. MULTIPOLE MOMENTS IN GENERAL RELATIVITY

B.C. Xanthopoulos, *J. Phys. A*, 12, 1025, 1979.

Οι ροπές αδρανείας ενός stationary (άνεξάρτητου του χρόνου και ομοιόμορφα περιστρεφόμενου) χωρόχρονου όρίσθηκαν τό 1974 από τόν Hansen, χωρίς όμως νά αποδειχθεί ότι οι ροπές αυτές πραγματικά προσδιορίζουν έστω και μιά από τίς ιδιότητες του χωρόχρονου. Δύο θεωρήματα πού δείχνουν ότι οι ροπές αδρανείας του Hansen προσδιορίζουν όρισμένες από τίς ιδιότητες του χωρόχρονου αποδεικνύονται στην έργασία αυτή. Συγκεκριμένα αποδεικνύεται ότι (i) κάθε stationary χωρόχρονος του οποίου όλες οι ροπές αδρανείας της στροφορμής είναι μηδέν είναι static (άνεξάρτητος του χρόνου και μή περιστρεφόμενος) και ότι (ii) κάθε static χωρόχρονος του οποίου όλες οι ροπές αδρανείας της κατανομής της μάζας είναι μηδέν είναι ο επίπεδος χωρόχρονος Minkowski. Η απόδειξη στηρίζεται στό θεώρημα μοναδικής επέκτασως (unique continuation theorem) για συστήματα έλλειπτικών διαφορικών έξισώσεων του Aronszajn (1957).

Στήν ταξινόμηση του Kip S. Thorne (*Rev. Mod. Phys.* 52, 299, 1980) τών μέχρι σήμερα συνεισφορών στην κατανόηση τών ροπών αδρανείας του χωρόχρονου αναφέρονται, μέσα σε πλαίσιο, ή παρούσα και ή έπόμενη, άρ. 8, έργασίες μας.

8. SYMMETRIES OF THE STATIONARY EINSTEIN-MAXWELL EQUATIONS.

VI. TRANSFORMATIONS WHICH GENERATE ASYMPTOTICALLY FLAT SPACETIMES WITH ARBITRARY MULTIPOLE MOMENTS,

C. Hoenselaers, W. Kinnersley and B.C. Xanthopoulos, *J. Math. Phys.* 20, 2539, 1979.

Στήν έργασία αυτή: (i) Δημοσιεύονται για πρώτη φορά οι αποδείξεις και οι λεπτομέρειες της μεθόδου κατασκευής λύσεων τών έξισώσεων Einstein πού προτάθηκε στην έργασία ύπ'άριθ. 6. (ii) Αναπτύσσεται ή θεωρία όρισμένων γεννητριών συναρτήσεων πού χρησιμοποιούνται στην κατασκευή της ομάδας Lie πού απαιτείται για τήν έφαρμογή της μεθόδου και υπολογίζονται οι γεννήτριες συναρτήσεις για τίς περισσότερες από τίς γνωστές άξισυμμετρικές λύσεις (π.χ. Minkowski, Weyl, Voorhees). (iii) Προτείνεται μιά διαφορετική παράσταση (representation) της έν λόγω ομάδας Lie

κατάλληλη για τήν κατασκευή τών μετασχηματισμών πού διατηρούν αναλλοίωτες τίσ πρώτες  $p-1$  ροπές αδρανείας κάθε άξισυμμετρικού χωρόχρονου αλλάζοντας συγχρόνως τήν  $p$ -στή κατά όποιαδήποτε έπιθυμητή ποσότητα (iv) Κατασκευάζονται αναλυτικά έξη καινούργιες οίκογένειες λύσεων τών έξισώσεων πού περιγράφουν τούς χωρόχρονους όμοιόμορφα περιστρεφόμενων άστέρων.

9. PERTURBATIONS OF SPHERICALLY SYMMETRIC BLACK HOLES

B. C. Xanthopoulos, Phys. Lett. 77A, 7, 1980.

Στήν έργασία αύτή προτείνονται δύο (μή συζευγμένες) μή γραμμικές διαφορικές έξισώσεις πρώτης τάξεως από τίσ λύσεις τών όποίων μποροϋν νά κατασκευασθοϋν οί 16 συνιστώσες τών γραμμικών διαταραχών του μετρικού καί του ήλεκτρομαγνητικού τανυστή τής μελανής όπής Reissner-Nordström. Τό σύστημα λοιπόν τών 18 διαφορικών έξισώσεων μέ μερικές παραγώγους πού διέπει τίσ διαταραχές τής πιό γενικής σφαιρικά συμμετρικής μελανής όπής - πού στήν έργασία ύπ'άριθ. 5 είχε άναχθει σέ τέσσερις κυματικές έξισώσεις (β' τάξεως ή κάθε μία) - άνάγεται, στήν έργασία αύτή, σέ δύο διαφορικές έξισώσεις πρώτης τάξεως.

10. GRIBOV VACUA AND EINSTEIN SPACETIMES,

B.C. Xanthopoulos, Phys. Lett. 98B, 377, 1981.

Στήν έργασία αύτή μελετάται τό πρόβλημα του προσδιορισμού τής θεμελιώδους καταστάσεως (ground state) στίς θεωρίες Yang-Mills. Τό πρόβλημα αύτό, πού παλιά έθεωρεΐτο τετριμένο, απέκτησε μεγάλο ένδιαφέρον μέ τή δουλειά του Gribov (1977) ό όποιος απέδειξε ότι στίς μή 'Αβελιανές θεωρίες βαθμίδας (gauge) ό μηδενισμός τών πεδίων Yang-Mills, οί συνθήκες βαθμίδας (gauge conditions) στό δυναμικό, οί κατάλληλες όριακές συνθήκες, καί ή άπαίτηση τής άπουσίας άνωμαλιών (singularities), δέν προσδιορίζουν μονότιμα τή θεμελιώδη κατάσταση. Στήν έργασία αύτή αναπτύσσουμε μία μέθοδο μέ τήν όποία οί στατικές καί άξισυμμετρικές θεμελιώδεις καταστάσεις τής SU(2) θεωρίας Yang-Mills κατασκευάζονται από τίσ στατικές καί άξισυμμετρικές λύσεις τών έξισώσεων Einstein, άποκαλύπτοντας έτσι τήν ύπαρξη μιās άνέλπιστης σχέσεως μεταξύ τών έξισώσεων Einstein καί Yang-Mills.



## 11. EXTERIOR SPACETIMES FOR ROTATING STARS,

B. C. Xanthopoulos, J. Math. Phys. 22, 1254, 1981.

Στήν εργασία αυτή μελετώνται τρεις αλγόριθμοι που κατασκευάζουν στατικές (stationary) και άξισυμμετρικές λύσεις των εξισώσεων Einstein, οι οποίοι αντιστοιχούν σε τρεις διαφορετικές παραστάσεις (representations) της ομάδας Lie που προτάθηκε στην υπ'άρ. 6 εργασία. Η κυριότερη συνεισφορά της παρούσας εργασίας είναι το συμπέρασμα ότι οι πολύπλοκοι άλγεβρικοί υπολογισμοί, που απαιτούνται για την κατασκευή των λύσεων των εξισώσεων Einstein, μπορούν εύκολα να πραγματοποιηθούν αν περιορισθούμε μόνο στον άξονα συμμετρίας του χωρόχρονου, ενώ συγχρόνως μπορούν να προσδιορισθούν όλες οι ροπές αδρανείας της λύσεως από τη γνώση της λύσεως μόνο επάνω στον άξονα συμμετρίας. Επιπλέον, στη μελέτη αυτή έγινε για πρώτη φορά δυνατός ο προσδιορισμός του συγκεκριμένου στοιχείου της ομάδας Lie (μέ άλλα λόγια, του μετασχηματισμού) που κατασκευάζει οποιαδήποτε επιθυμητή στατική και άξισυμμετρική λύση των εξισώσεων Einstein

Η βασική ιδέα της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκε από τους Hauser και Ernst (PORS - IIT - 21 preprint, 1980) για την απόδειξη μιας εικάσας του Geroch, (1971).

## 12. HARMONIC MAPS AND SELF-DUAL SU(3) GAUGE FIELDS,

B. C. Xanthopoulos J. Phys. A.14, 1445, 1981.

Στήν εργασία αυτή προτείνεται η μέθοδος των αρμονικών απεικονίσεων σαν ένα κατάλληλο εργαλείο για τη μελέτη των αυτοδυϊκών (self-dual) SU(3) εξισώσεων Yang-Mills. Η SU(3) θεωρία Yang-Mills είναι η θεωρία των ισχυρών αλληλεπιδράσεων. Η βασική ιδέα των αρμονικών απεικονίσεων είναι η κωδικοποίηση ενός συστήματος διαφορικών εξισώσεων σε μία διαφορίσιμη πολλαπλότητα Riemann. Μέ τον τρόπο αυτό η μελέτη του συστήματος ανάγεται σ'ένα πρόβλημα διαφορικής γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή, (i) προσδιορίζουμε την οκταδιάστατη πολλαπλότητα Riemann που περιγράφει τις SU(3) αυτοδυϊκές εξισώσεις. (ii) Βρίσκουμε ορισμένες συναρτησιακά εξαρτημένες λύσεις των εξισώσεων αυτών, χρησιμοποιώντας τις γεωδαισιακές της πολλαπλότητας (iii) Κατασκευάζουμε μία διδιάστατη ομάδα μετασχηματισμών που παράγει, από κάθε οικόγένεια λύσεων των SU(3) εξισώσεων, μία καινούργια οικόγένεια με δύο επιπλέον αυθαίρετες παραμέτρους. Η κατασκευή (iii) επιτυγχάνεται με τον προσδιορισμό

δύο γραμμικά ανεξάρτητων διανυσματικών πεδίων Killing της πολλαπλότητας και την κατασκευή των ισομετριών (isometries) που δημιουργούνται απ'αυτά.

13. REDUCIBLE SYSTEMS OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS,  
B.C. Xanthopoulos, Proc. R. Soc. Lond. A378, 61, 1981.

Στήν εργασία αυτή μελετώνται γραμμικά συστήματα συνήθων διαφορικών εξισώσεων των οποίων είναι γνωστή μιá αναγωγή (reduction) τους σε ένα άλλο (τό άνηγμένο (reduced)) σύστημα μικρότερης τάξεως. Για τά συστήματα αυτά κατασκευάζονται οι λύσεις (particular solutions) που είναι υπεύθυνες για την αναγωγή του συστήματος, προσδιορίζεται ή αναγωγή του συζυγοῦς (adjoint) συστήματος, και εκφράζεται ή λύση του άρχικοῦ συστήματος με τή βοήθεια των λύσεων του άνηγμένου συστήματος. 'Η ανάπτυξη της παραπάνω θεωρίας κρίθηκε αναγκαία για τόν πλήρη προσδιορισμό των διαταραχών του μετρικοῦ και του ήλεκτρομαγνητικοῦ τανυστή των σφαιρικά συμμετρικῶν μελανῶν όπῶν.

'Η ένότητα 25 του ὑπό έκδοση βιβλίου "The Mathematical Theory of Black Holes" του S. Chandrasekhar αφιερώνεται στή λεπτομερή ανάλυση της μεθόδου της παρούσας εργασίας και την εφαρμογή της στή μελέτη των διαταραχών της μελανῆς όπῆς Schwarzschild.

14. METRIC AND ELECTROMAGNETIC PERTURBATIONS OF THE  
REISSNER-NORDSTROM BLACK HOLE,  
B.C. Xanthopoulos, Proc. R. Soc. Lond. A378, 73, 1981.

Τό βασικότερο συμπέρασμα της ὑπ'άριθ. 5 εργασίας πάνω στίς γραμμικές διαταραχές της μελανῆς όπῆς Reissner-Nordström ἦταν ὅτι τέσσερις άλγεβρικοί συνδυασμοί  $H_i^{(\pm)}$ ,  $i=1,2$ , των 16 συνιστωσῶν του μετρικοῦ και του ήλεκτρομαγνητικοῦ τανυστή ικανοποιοῦν τέσσερις κυματικές εξισώσεις. Οι  $H_i^{(+)}$  αναφέρονται στίς διαταραχές άρτιας, και οι  $H_i^{(-)}$  στίς διαταραχές περιττής, όμοτιμίας. Στήν παρούσα εργασία λύνουμε τό αντίστροφο πρόβλημα: Προσδιορίζουμε τίς 16 συνιστώσες του μετρικοῦ και του ήλεκτρομαγνητικοῦ τανυστή από τούς τέσσερις  $H_i^{(\pm)}$ , βήμα άπαραίτητο για μιá πλήρη λύση του προβλήματος των διαταραχών των μελανῶν όπῶν Reissner-Nordström. 'Ο προσδιορισμός των 16 μεταβλητῶν του προβλήματος έπιτυγχάνεται με τή βοήθεια της γενικῆς μεθόδου που αναπτύχθηκε στήν εργασία ὑπ'άριθ. 13. 'Επι-



πλέον στην παρούσα εργασία, (i) 'Ανακαλύπτεται μιá ειδική ακριβής λύση τών γραμμικοποιημένων εξισώσεων, μέ τή γνώση τής όποιás επεξηγεΐται ή éλάττωση τής τάξεως του συστήματος τών διαφορικών εξισώσεων καί ή άναγωγή του στίς τέσσερις κυματικές εξισώσεις, καί (ii) προτείνεται ένας διαφορετικός τρόπος παρουσιάσεως τής θεωρίας διαταραχών τών μελανών όπών Schwarzschild καί Reissner-Nordström, μέ τόν όποιο άποφεύγεται ή διάκρισή τους σέ διαταραχές άρτίας καί περιττής όμοτιμίας. Μέ τόν τρόπο αυτό, τό όλο πρόβλημα άνάγεται στή λύση δύο, αντί για τέσσερις, κυματικών εξισώσεων.

Τά συμπεράσματα καί αύτής τής εργασίας έκτίθενται στό βιβλίό του S. Chandrasekhar. Συγκεκριμένα, ή ειδική ακριβής λύση (i) χρησιμοποιεΐται επάνειλημμένα στίς ένότητες 25 καί 42 πού πραγματεύονται τίς διαταραχές τών μελανών όπών Schwarzschild καί Reissner-Nordström.

15. A COMPLETELY INTEGRABLE SYSTEM FOR THE SU(3) YANG-MILLS EQUATIONS,  
B.C. Xanthopoulos, J. Phys. A., L61, 15, 1982.

Στήν εργασία αύτή άποδεικνύεται ότι ή όκταδιάστατη πολλαπλότητα του Riemann στην όποία, σύμφωνα μέ τή μέθοδο τών άρμονικών άπεικονίσεων (έργασία ύπ. άρ. 12), κωδικοποιούνται οι άυτοδυσκές SU(3) εξισώσεις Yang-Mills είναι πλήρως ολοκληρώσιμη. 'Η άπόδειξη γίνεται μέ τήν εύρεση δεκαέξη γραμμικά άνεξάρτητων συμμετριών (διανυσματικών πεδίων Killing) τής πολλαπλότητας. Στίς συμμετρίες αυτές άντιστοιχοΰν δεκαέξη ολοκληρώματα τής κινήσεως (conserved quantities) πού χρησιμοποιούνται για νά προσδιορισθοΰν οι γεωδαισιακές τής πολλαπλότητας τελείως άλγεβρικά. 'Επιπλέον, διατυπώνεται μιá εϊκασία για τά συστήματα διαφορικών εξισώσεων πού ολοκληρώνονται μέ τή μέθοδο τής άντίστροφης σκεδάσεως (inverse scattering method) καί πού περιγράφονται σαν άρμονικές άπεικονίσεις πολλαπλότητων του Riemann. Διαπιστώνεται ότι ή εϊκασία έπαληθεΰεται άπό τίς εξισώσεις Einstein μέ δύο άντιμεταθετά (commuting) διανυσματικά πεδία Killing.

16. AXIALLY SYMMETRIC, STATIC, SELF-DUAL, SU(3) GAUGE FIELDS AND STATIONARY EINSTEIN-MAXWELL METRICS.

M. Gürses and B.C. Xanthopoulos, Phys. Review D (έγινε δεκτό).

Τό κεντρικό συμπέρασμα τής εργασίας αυτής είναι ότι οι στατικές (stationary), άξισυμμετρικές, συξευγμένες έξιώσεις Einstein-Maxwell τής θεωρίας τής σχετικότητας είναι μιá είδική περίπτωση τών στατικών (static), άξισυμμετρικών, αυτόδουϊκών SU(3) έξιώσεων Yang-Mills τών θεωριών βαθμίδας· και ότι οι έξιώσεις γίνονται άκριβώς ίδιες μέ τήν έπιβολή όρισμένων συναρτησιακών σχέσεων μεταξύ τών συνιστωστών τών πεδίων Yang-Mills.

Έπιπλέον, στην εργασία αυτή, χρησιμοποιούμε τούς γνωστούς στή σχετικότητα μετασχηματισμούς τών έξιώσεων Einstein-Maxwell και τούς έκφράζουμε σάν μετασχηματισμούς τών έξιώσεων Yang-Mills. Άποδεικνύουμε ότι οι μετασχηματισμοί τής ομάδας Ehlers-Harrison-Kinnersley άντιστοιχοϋν σέ μετασχηματισμούς βαθμίδας τών πεδίων Yang-Mills· άπεναντίας, ό μετασχηματισμός Bonnor (τής σχετικότητας) όδηγεϊ στην κατασκευή φυσικά διαφορετικών λύσεων Yang-Mills, μέ τετραπλάσια τοπολογική πυκνότητα. Άντίστροφα, ξεκινώντας από τίς έξιώσεις Yang-Mills κατασκευάζουμε ένα γραμμικό πρόβλημα ίδιοσυναρτήσεων (linear eigenvalue problem) για τίς έξιώσεις Einstein-Maxwell πού άποτελεϊ τό πρώτο βήμα για τή μελέτη τών έξιώσεων αυτών μέ τή μέθοδο τής άντιστρόφου σκεδάσεως (inverse scattering method).

17. KILLING PAIRS AND NEWTONIAN INTEGRALS OF MOTION,

B.C. Xanthopoulos, έγινε δεκτό στό Letters in Mathematical Physics.

Στήν εργασία αυτή μελετούμε συντηρούμενα κλασσικά συστήματα μέ πεπερασμένο άριθμό βαθμών έλευθερίας, όλόνομους δεσμούς και δυναμικά πού είναι συναρτήσεις στό χώρο μορφής. Θεμελιώνουμε τήν έννοια τών ζευγών Killing (Killing pairs), προσδιορίζουμε τήν άλγεβρική τους δομή και, κάνοντας ένα σύμμορφο μετασχηματισμό πού άπεικονίζει τίς έξιώσεις κινήσεως τής μηχανικής σέ έξιώσεις γεωδαισιακών, χρησιμοποιούμε τά ζεύγη Killing



για να περιγράψουμε γεωμετρικά στο χώρο μορφής του συστήματος τα ρητά ως προς τις όρμες ολοκληρώματα της κινήσεως. Τα ζεύγη Killing περιγράφουν τις κρυμμένες συμμετρίες (hidden symmetries) του συστήματος που συνεπάγονται την ύπαρξη των ρητών ως προς τις όρμες ολοκληρωμάτων της κινήσεως. Στην ειδική περίπτωση που το ζεύγος Killing είναι διανυσματικό πεδίο Killing, το σύστημα έχει μια φανερή συμμετρία και οι έξιώσεις της κινήσεως δέχονται ένα γραμμικό ως προς τις όρμες ολοκλήρωμα à la Noether. Τέλος, χρησιμοποιώντας τις γνωστές στη σχετικότητα ιδιότητες της λύσεως Kerr κατασκευάζουμε αναλυτικά μια διπαραμετρική οικογένεια δυναμικών που δέχονται ένα τετραγωνικό ως προς τις όρμες ολοκλήρωμα της κινήσεως, ανεξάρτητο από το ολοκλήρωμα της ενέργειας.

18. KILLING TENSORS IN TWO DIMENSIONAL MANIFOLDS,  
B.C. Xanthopoulos, 'Υποβλήθηκε στο J. Math.  
Physics.

Στην εργασία αυτή μελετούμε την ύπαρξη, τις ιδιότητες και τις δυνατότητες αναλυτικού προσδιορισμού των τανυστικών πεδίων Killing (όποιασδήποτε τάξεως) σε διδιάστατες πολλαπλότητες του Riemann. Αποδεικνύουμε ότι σε κάθε τανυστικό πεδίο Killing αντιστοιχεί μια αναλυτική συνάρτηση μιας μιγαδικής μεταβλητής και ότι οι τρεις βασικές πράξεις μεταξύ τανυστικών πεδίων Killing - ή πρόσθεση, ο συμμετρικός τανυστικός πολλαπλασιασμός και ο αντισυμμετρικός πολλαπλασιασμός "άγκύλη του Lie" - αντιστοιχούν σε τρεις παρόμοιες πράξεις μεταξύ των αντίστοιχων αναλυτικών συναρτήσεων. Για το αντίστροφο πρόβλημα διατυπώνουμε την εικάσια ότι όταν δοθούν μία (όποιαδήποτε) αναλυτική συνάρτηση και ένας θετικός ακέραιος αριθμός  $n$  τότε υπάρχει μία διδιάστατη πολλαπλότητα του Riemann που δέχεται ένα τανυστικό πεδίο Killing τάξεως  $n$  ή εικάσια αποδεικνύεται στην εργασία αυτή για  $n=1$  και  $n=2$ .

19. ΤΟΠΙΚΕΣ ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΚΑΙ ΣΑΜΠΡΕΛΟΕΙΔΕΙΣ ΜΕΛΑΝΕΣ ΟΠΕΣ.  
B.K. Ξανθόπουλος, Πραγματεία για 'Υψηγεία.

Στήν πραγματεία αυτή κατασκευάζουμε αναλυτικά τις γενικότερες λύσεις τών έξιτώσεων Einstein πού περιγράφουν στατικές, άξισυμμετρικές, τοπικές μελανές όπές (static, axisymmetric, local black holes) τών οποίων ό όρίζοντας είναι (τοπολογικά) όμοιομορφικός μέ τή σαμπρέλα (torus)  $S^1 \times S^1$ . Τό κυριότερο (καί άνέλπιστο) συμπέρασμα είναι ότι στό κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων, πού κατασκευάστηκε έτσι ώστε νά καλύπτει τόν όρίζοντα, οι λύσεις αυτές μπορούν νά έκφραστούν αναλυτικά μέ τή βοήθεια πολυώνυμων Legendre.

Στό πρώτο κεφάλαιο περιγράφουμε τή γενική θεωρία καί τις κυριότερες ιδιότητες τών μεμονωμένων μελανών όπών Schwarzschild, Reissner-Nordström, Kerr, καί Kerr-Newman καί θεμελιώνουμε τό πρόβλημα τών τοπικών μελανών όπών.

Στό δεύτερο κεφάλαιο προσδιορίζουμε αναλυτικά τή γενική στατική, άξισυμμετρική, τοπική μελανή όπή μέ (τοπολογικά) σφαιρικό όρίζοντα. 'Ακολουθώντας μιá καινούργια μέθοδο καταλήγουμε στόν ίδιο μετρικό τανυστή μ'αυτόν πού πρόσφατα ανακόλυψε ό Chandrasekhar. 'Ο σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι νά έλεγθεϊ ή καινούργια μέθοδος για τήν κατασκευή λύσεων τοπικών μελανών όπών.

Στό τρίτο κεφάλαιο κατασκευάζουμε αναλυτικά τις σαμπρελοειδεϊς τοπικές μελανές όπές εφαρμόζοντας τήν καινούργια μέθοδο. Συγκεκριμένα, (i) προσδιορίζουμε κατάλληλες συντεταγμένες καί έπιβάλλουμε μιá κατάλληλη συνθήκη βαθμίδας (gauge) στις συνιστώσες του μετρικού τανυστή, (ii) γράφουμε τις έξιτώσεις Einstein στις συντεταγμένες αυτές, (iii) κατασκευάζουμε μιá άπλή βασική λύση σαμπρελοειδοϋς μελανής όπής στην όποία (λύση) προσθέτουμε τή γενικότερη στατική καί άξισυμμετρική λύση τών έξιτώσεων Einstein, καί (iv) προσδιορίζουμε εκείνες άπό τις γενικές αυτές λύσεις πού δέν καταστρέφουν τόν όρίζοντα τής βασικής σαμπρελοειδοϋς μελανής όπής.

Στό τελευταίο κεφάλαιο προσδιορίζουμε τή μάζα, τό έμβαδό του όρίζοντα καί τήν έπιφανειακή ένταση τής βαρύτητας τών μελανών όπών πού κατασκευάσαμε στά δύο προηγούμενα κεφάλαια.

XI. ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΣΤΙΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΜΟΥ

Οι αναφορές στις εργασίες μου, πού μέχρι σήμερα γνωρίζω, είναι οι παρακάτω: (Ο αριθμός στη στήλη ΑΑ εκφράζει τό πλήθος τών διαφορετικών εργασιών μου πού αναφέρονται).

|   | ΑΑ |
|---|----|
| 1. R. Geroch, J. Math. Phys. 19, 1300, (1978)   | 1  |
| 2. A. Ashtekar and A. Magnon-Ashtekar, J. Math. Phys. 19, 1567, (1978)  | 1  |
| 3. M. Streubel, Dissertation, November (1978)   | 1  |
| 4. M. Gürses, Phys. Rev. D. 20, 1019 (1979)   | 1  |
| 5. S. Persides, J. Math. Phys. 20, 1731 (1979)  | 1  |
| 6. R. M. Wald, Proc. R. Soc. Lond. A369, 67 (1979)  | 1  |
| 7. S. Chandrasekhar, The Alfred Schild Memorial Volume, Univ. of Texas at Austin, (1979)  | 1  |
| 8. I. Hauser and F. Ernst, Phys. Rev. D 20, 1783 (1979)   | 2  |
| 9. C. M. Cosgrove, "Gravitational radiation, collapsed objects and exact solutions", Lecture notes in Physics No. 124, C. Edwards ed., Springer Verlag (1980)                               | 1  |
| 10. A. Ashtekar, "Cosmology and Gravitation, Spin, Torsion, Rotation and Supergravity", P. G. Bergmann and V. De Sabbata Eds., Plenum Press (1980), p 435.                                  | 1  |
| 11. I. Hauser and F. Ernst, Phys. Rev. D. 20, 362, (1979)   | 1  |
| 12. A. Ashtekar and B. G. Schmidt, J. Math. Phys. 21, 862, (1980)   | 1  |
| 13. S. Persides, J. Math. Phys. 21, 142 (1980)  | 1  |
| 14. F.J. Tipler, C.J.S. Clark and G.F.R. Ellis, "General Relativity and Gravitation, One hundred years after the birth of Albert Einstein, A. Held ed. ("GRGOHYABAEAH"), Vol. 2, 97, (1980) | 1  |
| 15. A. Ashtekar, "GRGOHYABAEAH", Vol. 2, 37, (1980)   | 3  |
| 16. J. Winicour, "GRGOHYABAEAH", Vol. 2, 71, (1980)   | 1  |
| 17. L.P. Grishchuk and A. G. Polnarev, ("GRGOHYABAEAH", Vol. 2, p. 393, (1980)  | 1  |
| 18. B.K. Harrison, Phys. Rev. D21, 1695 (1980)  | 2  |



|     |   | AA |
|-----|---|----|
| 19. | G. Neugebauer, J. Phys. A, 13, L19, (1980)  | 1  |
| 20. | K. S. Thorne, Rev. Mod. Phys. 52, 299, (1980)   | 2  |
| 21. | W. Kinnersley, J. Math. Phys. 21, 2231, (1980)  | 2  |
| 22. | D. Kramer, Proceedings of GR9, E. Schmutzer ed<br>Vol. 1, p. 42, (1980)   | 1  |
| 23. | G. Neugebauer, Proceedings of GR9, Vol. 3, p. 692<br>(1980)   | 1  |
| 24. | I. Hauser and F. Ernst, J. Math. Phys. 21, 1126,<br>(1980)  | 2  |
| 25. | R. Beig and W. Simon, Gen. Rel. Grav. 12, 1003,<br>(1980)   | 1  |
| 26. | G. Neugebauer, J. Phys. A13, 1737, (1980)   | 1  |
| 27. | C. Hoenselaers, J. Math. Phys. 21, 2241, (1980)   | 2  |
| 28. | C.M. Cosgrove J. Math. Phys. 21, 2417, (1980)   | 3  |
| 29. | I. Hauser and F.J. Ernst, Proceedings of GR9, Vol.1<br>p. 89 (1980)   | 1  |
| 30. | D. Kramer and G. Neugebauer, Phys. Lett. 75A, 259;<br>(1980)  | 1  |
| 31. | R. Beig and W. Simon, Comm. Math. Phys. 78, 75, (1980)  | 1  |
| 32. | K.C. Das J. Phys. A13, 2985, (1980)   | 1  |
| 33. | U.H. Gerlach, Phys. Rev. D22, 1300, (1980)  | 1  |
| 34. | G.W. Gibbons, Proc. R. Soc. Lond. A372, 535, (1980)   | 1  |
| 35. | G. Neugebauer and D. Kramer, Exper. Technik der<br>Physik, 28, 3, (1980)  | 1  |
| 36. | D. Kramer, H. Stephani, M. Mac Callum and E. Herlt,<br>Exact solutions of Einstein's field<br>equations, Cambridge University<br>Press (1980) | 2  |
| 37. | A. Ashtekar, Proc. Second Oxford Quantum Gravity<br>Conference, (1980)  | 1  |
| 38. | I. Hauser and F. J. Ernst, J. Math. Phys. 22, 1051,<br>(1981)   | 2  |
| 39. | R. Beig and W. Simon, Proc. R. Soc. Lond. A376, 333,<br>(1981)  | 1  |
| 40. | R. Geroch and J. Winicour, J. Math. Phys. 22, 803<br>(1981)   | 1  |
| 41. | M. Yamazaki, J. Math. Phys. 22, 133, (1981)   | 1  |

|     |   |         |
|-----|---|---------|
| 42. | A. Ashtekar and M. Streubel, Proc. R. Soc. Lond.<br>A376, 585, (1981)   | AA<br>1 |
| 43. | D. Papadopoulos, B. Stewart and L. Witten, Phys.<br>Rev. D.24, 320, (1981)  | 1       |
| 44. | K. Oohara and H. Sato, Progr. Theor. Phys. 65, 1891,<br>(1981)  | 1       |
| 45. | A.H. Taub, Ann. of Physics, 134, 326, (1981)  | 1       |
| 46. | J. Porrill and J. M. Stewart, Proc. R. Soc.<br>Lond. A376, 451, (1981).   | 1       |
| 47. | A. Ashtekar and T. Dray, Commun. Math. Phys. 79, 581,<br>(1981)   | 2       |
| 48. | S. Persides, J. Math. Phys.<br>23, 289, (1982)  | 1       |
| 49. | R. Beig, The multipole expansion in General Relativity,<br>Un. Wien Th. Ph.-81-4 (preprint)   | 1       |
| 50. | P. Forgács, Z. Horváth and L. Palla, Soliton theoretic<br>framework for generating multimonopoles,<br>Hungarian Academy of Science KFKI-1981-21<br>preprint             | 1       |
| 51. | N. Sánchez, The connection between the non-linear<br>$\sigma$ -model and the Einstein equations of General<br>Relativity, Observ. de Meudon, France,<br>preprint (1981) | 1       |
| 52. | S. Chandrasekhar, The Mathematical Theory of Black<br>Holes, Oxford at the Clarendon Press, (1982)<br>(ὕπὸ ἐκδόσῃ)  | 7       |
| 53. | P. Kundu, J. Math. Phys. 22, 2006, 1981.  | 1       |
| 54. | A. Ashtekar, Phys. Rev. Lett. 46, 573, (1981)   | 1       |
| 55. | P. Forgács, Phys. Lett. B99, 232, (1981)  | 1       |
| 56. | G. Neugebauer, Gen. Rel. Grav. 13, 195, (1981).   | 1       |
| 57. | C.M. Cosgrove, J. Math. Phys. 22, 2624, (1981)  | 3       |
| 58. | T. Nakamura, Prog. Theor. Phys. 65, 1876, (1981)  | 1       |

## XII. ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΤΟΥ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟΥ ΜΟΥ ΕΡΓΟΥ

1. Οι όρολογίες "Hoenselaers-Kinnersley-Xanthopoulos" (HKX group), HKX Lie algebra", HKX transformations" και "HKX method for generating solutions of the Einstein equations" έχουν καθιερωθεί στη διεθνή βιβλιογραφία. Αναφέρονται στην ομάδα των μετασχηματισμών που διατηρούν τις εξισώσεις Einstein για όμοιόμοφα περιστρεφόμενους άστερες (έργασίες υπ'άρ. 6,8). Επιπλέον έχουν εμφανιστεί και οι όρολογίες non-null HKX transformations", "double HKX rank-zero transformations" και generalized HKX transformations".
2. Η όρολογία "Xanthopoulos integral" χρησιμοποιείται στο βιβλίο του S. Chandrasekhar "The mathematical theory of black holes", Oxford at the Clarendon Press. Αναφέρεται στην άκριβη λύση των γραμμικοποιημένων εξισώσεων Einstein-Maxwell που προσδιορίσαμε στην εργασία μας υπ'άρ. 14.
3. Η όρολογία "Geroch-Xanthopoulos perturbations" εμφανίστηκε στη διεθνή βιβλιογραφία, σε εργασία των Porrill και Stewart, Proc. R. Soc. Lond. A376, 451, 1981. Αναφέρεται στις γραμμικές διαταραχές που μελετήσαμε στην εργασία υπ'άρ. 1.
4. Η εργασία του M. Yamazaki στο J. Math. Phys. 22, 133, 1981, έχει τίτλο "On the Hoenselaers-Kinnersley-Xanthopoulos spinning mass fields".